Đáp Án

QUY HOẠCH TOÁN HỌC

(8/6/2017)

Câu 1

Gọi x, y, z là số sản phẩm loại A, B, C mà công ty cần sản xuất mỗi tuần.

Lợi nhuận lớn nhất: $f(x,y,z) = (11-6)x + (9-5{,}5)y + (8{,}5-5)z \to \max$ ***(0,5 đ)***

Số giờ lao động sử dụng *mỗi công đoạn* không vượt quá tổng số giờ lao động *mỗi công đoạn* mà công ty có được trong 1 tuần:

Công đoạn 1: $3x + 2{,}3y + 2z \le 350$

Công đoạn 2: $5x + 3{,}5y + 4{,}5z \le 650$

Công đoạn 3: $4x + 2{,}2y + 2{,}8z \le 400$ ***(0,5 đ)***

Lượng nguyên liệu tiêu thụ mỗi loại không vượt quá lượng nguyên liệu hiện có

$$\begin{cases} 12x & +14y & +11z & \le & 1250 \\ 13x & +9y & +15z & \le & 1400 \\ 14x & +10y & +12z & \le & 1300 \end{cases}$$ ***(0,5 đ)***

Số sản phẩm mỗi loại không âm và nguyên: $x \ge 0, y \ge 0, z \ge 0$ và x, y, z nguyên

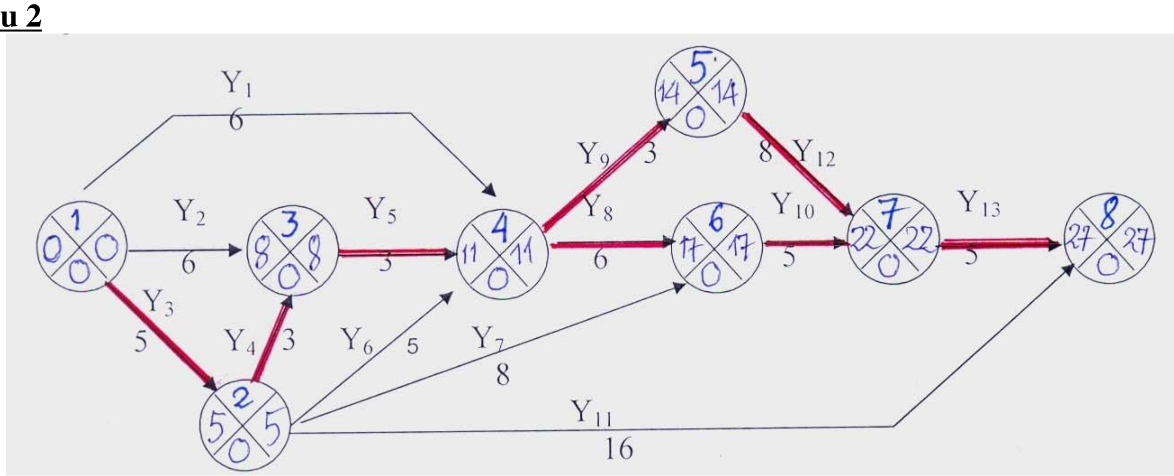
Tóm lại ta có mô hình bài toán là là tìm các số x, y, z sao cho:

(1) $f(x,y,z) = 5x + 3{,}5y + 2{,}5z \to \max$ ***(0,5 đ)***

$$(2)\begin{cases} 3x & +2{,}3y & +2z & \le & 350 \\ 5x & +3{,}5y & +4{,}5z & \le & 650 \\ 4x & +2{,}2y & +2{,}8z & \le & 400 \\ 12x & +14y & +11z & \le & 1250 \\ 13x & +9y & +15z & \le & 1400 \\ 14x & +10y & +12z & \le & 1300 \end{cases}$$

(3) $x \ge 0, y \ge 0, z \ge 0$ và x, y, z nguyên

Câu 2



(1 đ)

Đường găng: $(1,Y_3,2,Y_4,3,Y_5,4,Y_8,6,Y_{10},7,Y_{13})$; $(1,Y_3,2,Y_4,3,Y_5,4,Y_9,5,Y_{12},7,Y_{13})$

Các công việc găng: $Y_3,Y_4,Y_5,Y_8,Y_{10},Y_{13}$; $Y_3,Y_4,Y_5,Y_9,Y_{12},Y_{13}$

Bảng chỉ tiêu công việc

Công việc		t_{ij}^{ks}	t_{ij}^{hs}	t_{ij}^{km}	t_{ij}^{hm}	d_{ij}^{c}	$d_{ij}^{đl}$	Nhân lực	...	
Y_1	(1, 4)	0	6	5	11	5	5			
Y_2	(1, 3)	0	6	2	8	2	2			
Y_3	(1, 2)	0	5	0	5	0	0			
Y_4	(2, 3)	5	8	5	8	0	0			
Y_5	(3, 4)	8	11	8	11	0	0			
Y_6	(2, 4)	5	10	6	14	1	1			
Y_7	(2, 5)	5	13	9	17	4	4			
Y_8	(4, 5)	11	17	11	17	0	0			
Y_9	(4, 6)	11	14	11	14	0	0			
Y_{10}	(5, 7)	17	22	17	22	0	0			
Y_{11}	(2, 8)	5	21	11	27	6	6			
Y_{12}	(6,7)	14	22	14	22	0	0			
Y_{13}	(7,8)	22	27	22	27	0	0			

(0,5 đ)

Câu 3

a) Bài toán đối ngẫu tương ứng (D):

(1) $g(y) = 3y_1 + 2y_2 \rightarrow \min$ *(0,25 đ)*

(2) $\begin{cases} -3y_1 & +y_2 & = & 7 \\ 8y_1 & +y_2 & = & 7 \\ 10y_1 & +y_2 & \leq & 9 \end{cases}$ *(0,25 đ)*

(3) $y_1 \geq 0$, $y_2 \geq 0$ *(0,25 đ)*

b) Trong hai bài toán thì bài toán đối ngẫu đơn giản hơn vì: Để giải bài toán đối ngẫu chúng ta chỉ cần đưa vào một ẩn phụ và hai ẩn giả; để giải bài toán gốc chúng ta phải đổi dấu một ẩn âm, đổi biến hai ẩn tùy ý thành 4 ẩn không âm và đưa vào 2 ẩn phụ.

Đưa bài toán đối ngẫu (D) về dạng chuẩn (D_M)

(1) $g(y) = 3y_1 + 2y_2 + 0y_3 + M(y_4 + y_5) \to \min$ **(với M là số dương lớn tùy ý)**

(2) $\begin{cases} -3y_1 + y_2 + y_4 = 7 \\ 8y_1 + y_2 + y_5 = 7 \\ 10y_1 + y_2 + y_3 = 9 \end{cases}$

(3) $y_1 \geq 0$, $y_2 \geq 0$, $y_3 \geq 0$, $y_4 \geq 0$, $y_5 \geq 0$ *(0,5 đ)*

Lập bảng đơn hình (có thể không cần lập cột y_4, x_5)

Hệ số	Hệ ẩn cơ bản	PA CB	3	2	0	M	M	λ_i
			y_1	y_2	y_3	y_4	y_5	
M	y_4	7	-3	1	**0**	1	0	
M	y_5	7	8	1	0	0	1	$\frac{7}{8}$ min
0	y_3	9	10	1	1	0	0	$\frac{9}{10}$
Bảng 1	$g_M(y) = 14M$		5M-3	2M-2	0	0	0	*(0,25 đ)*
M	y_4	$\frac{77}{8}$	0	$\frac{11}{8}$	0	1	$\frac{3}{8}$	7
3	y_1	$\frac{7}{8}$	1	$\frac{1}{8}$	0	0	$\frac{1}{8}$	7 min
0	y_3	$\frac{1}{4}$	0	$-\frac{1}{4}$	1	0	$-\frac{5}{4}$	
Bảng 2	$g_M(y) = \frac{77M + 21}{8}$		0	$\frac{11M - 13}{8}$	0	0	$\frac{3 - 5M}{8}$	
2	y_2	7	0	1	0	$\frac{8}{11}$	$\frac{3}{11}$	
3	y_1	0	1	0	0	$-\frac{1}{11}$	$\frac{1}{11}$	
0	y_3	2	0	0	1	$\frac{2}{11}$	$-\frac{13}{11}$	
Bảng 3	$g_M(y) = 14$		0	0	0	$\frac{13}{11} - M$	$\frac{9}{11} - M$	

Trong bảng 3, vì M là số dương lớn nên $\Delta_j \geq 0 \; \forall \; j = \overline{1,6}$. PACB hiện có của bài toán (D_M) là $(y_1, y_2, y_3, y_4, y_5) = (0,7,0,2,0)$ tối ưu. Các ẩn giả $y_4 = y_5 = 0$ nên bài toán (D) có PATƯ là $(y_1, y_2) = (0,7)$, $g_{\min} = 14$. ***(0,25 đ)***

Theo định lý độ lệch bù yếu ta có: $\begin{cases} 7(x_1 + x_2 + x_3 - 2) = 0 \\ x_3(10 \times 0 + 7 - 9) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 = t \\ x_2 = 2 - t \\ x_3 = 0 \end{cases}$, $f_{\max} = 14$

Phương án tối ưu bài toán gốc (P) là: $(x_1, x_2, x_3) = (t, 2-t, 0), \forall t \in R$ và $f_{\max} = 14$ ***(0,25 đ)***

<u>Câu 4</u> Bài toán này có dạng bài toán vận tải không cân bằng thu phát với lượng phát ít hơn lượng thu là $(50 + 90 + 70 + 60) - (120 + 45 + 85) = 20$. Lập thêm trạm giả A_4 với lượng cần phát $a_4 = 20$ ***(0,5 đ)***. Để trạm B_4 thu đủ thì lượng hàng giả trạm A_4 không được phát vào trạm B_4 nên ô (4,4) là ô cấm, vì cần ***tổng lợi nhuận lớn nhất*** nên đây là bài toán $f \to \max$ do đó "cước phí" ô (4,4) là $-M$, với M là số dương lớn tùy ý. ***(0,5 đ)***

Lần lượt phân phối như sau: ô (3,1) 50 ; ô (3,3) 35; ô (2,2) 45; ô (1,2) 45; ô (1,3) 35; ô (1,4) 40; ô (4,4) 20

Sau khi phân phối xong ta được phương án cơ bản ban đầu không suy biến, tìm các thế vị hàng và các thế vị cột rồi tiếp theo tính $\boldsymbol{k_{ij} = u_i + v_j - c_{ij}}$ ta được được:

Đại lý / Sản phẩm	B_1 50	B_2 90	B_3 70	B_4 60	***(0,25 đ)***
A_1:120	5 0	4 × 0 45	4 × 0 35	3 × 0 40	$u_1 \overset{cho}{=} 0$
A_2:45	4,5 2,5	6 × 0 45	5 1	4 1	$u_2 = 2$
A_3:85	8 × 0 50	6 1	7 × 0 35	6 0	$u_3 = 3$
A_4:20	0 2-M	0 1-M Đưa vào	0 1-M	$-M$ × 0 Đưa ra 20	$u_4 = -M - 3$
	$v_1 = 5$	$v_2 = 4$	$v_3 = 4$	$v_4 = 3$	

$k_{42} = 1 - M < 0$ nên phương án cơ bản hiện có không tối ưu. ***(0,25 đ)***

Ô đưa vào là ô (4,2).

Vòng điều chỉnh là $V = \{(4,2),(1,2),(1,4),(4,4)\}$, $V^C = \{(1,2),(4,4)\}, V^L = \{(3,2),(1,4)\}$. ***(0,25 đ)***

Ô đưa ra là ô (4,4) và lượng điều chỉnh là $x_{44} = 20$. Lập phương án mới và tìm hệ thống thế vị mới ta được:

Đại lý / Sản phẩm	B_1 50	B_2 90	B_3 70	B_4 60	*(0,25 đ)*
A_1:120	5 0	4 × 0 25	4 × 0 35	3 × 0 60	$u_1 \overset{cho}{=} 0$
A_2:45	4,5 2,5	6 × 0 45	5 1	4 1	$u_2 = 2$
A_3:85	8 × 0 50	6 1	7 × 0 35	6 0	$u_3 = 3$
A_4:20	0 1	0 × 0 20	0 0	$-M$ $M-1$	$u_4 = -4$
	$v_1 = 5$	$v_2 = 4$	$v_3 = 4$	$v_4 = 3$	

Tất cả các ô đều có $k_{ij} \geq 0$ nên phương án cơ bản này tối ưu. Vì ô cấm $(4,4)$ nhận giá trị phân phối $x_{44} = 0$ nên bài toán có phương án tối ưu (bỏ hàng trạm giả A_4) là:

Đại lý / Sản phẩm	B_1 50	B_2 90	B_3 70	B_4 60
A_1:120	5	4 25	4 35	3 60
A_2:45	4,5	6 45	5	4
A_3:85	8 50	6	7 35	6 0

Tổng lợi nhuận lớn nhất:

$$f_{\max} = [4\times 25 + 4\times 35 + 3\times 60 + 6\times 45 + 8\times 50 + 7\times 35]\times 500.000 \text{ đồng} = 1335\times 500.000 \text{ đồng}$$

$$= 667500000 \text{ đồng}$$ *(0,5 đ)*

Chú ý: ***Có thể giải bằng thuật toán quy 0 cước phí.***

Câu 5

Đây là bài toán dạng "Bài toán sản xuất đồng bộ", mỗi bộ gồm 1 bàn và 3 ghế ,

Đưa bài toán về dạng bài toán SXĐB dạng chuẩn

S.Phẩm / X.Nghiệp	Bàn 1	Ghế(quy ước) 1	*(0,5 đ)*
XN I: 1	32 × $x_{11} = 1$	16 $x_{12} = 0$	$u_1 = 32$ "-"
XN II: 1	40 × $x_{21} = -\frac{4}{23}$ Đưa ra	$\frac{64}{3}$ × $x_{22} = \frac{27}{23}$	$u_2 = 40$ "+"
	$v_1 = 1$ "-"	$v_2 = \frac{15}{8}$ "+"	*(0,5 đ)*

1a) $\max\{c_{ij} : i=1,2; j=1,2\} = 40 = c_{21}$ nên ô chọn đầu tiên là ô $(2,1)$, $u_2 = 40$, $v_1 = 1$

1b) Chỉ còn cột 2 chưa có nhân tử nên $t = 2$.

Nhân tử cột 2 là $v_2 = \min\left\{\dfrac{u_2}{c_{22}}\right\} = \dfrac{40}{64/3} = \dfrac{15}{8}$; ô (2,2) là ô chọn tiếp theo.

1c) Chỉ còn hàng 1 chưa có nhân tử nên $r = 1$ và nhân tử hàng 1 là

$u_1 = \max\{c_{1j}v_j : j = 1,2\} = \max\left\{32 \times 1, 16 \times \dfrac{15}{8}\right\} = 32 = c_{11}v_1$. Ô (1,1) là ô chọn tiếp theo.

Tính được : $z = \dfrac{40+32}{1+\dfrac{15}{8}} = \dfrac{576}{23}$, $S = \{(1,1),(2,1),(2,2)\}$

Dựa vào $\begin{cases} \left.\begin{array}{l} \sum\limits_{j=1}^{n} x_{ij} = 1,\ i = \overline{1,2} \\ \sum\limits_{i=1}^{m} c_{ij}x_{ij} = z,\ \mathrm{j} = \overline{1,2} \end{array}\right\} \text{voi } (\mathrm{i,j}) \in \mathrm{S} \\ \quad x_{ij} = 0, \text{voi } (\mathrm{i,j}) \notin \mathrm{S} \end{cases}$, với S là tập các ô chọn "×"

tính được $x_{11} = 1 \geq 0$, $x_{12} = 0 \geq 0$, $x_{22} = \dfrac{27}{23} \geq 0$, $x_{21} = -\dfrac{4}{23} < 0$ nên giả phương án này không là phương án tối ưu. ***(0,25 đ)***

Ô đưa ra là ô $(2,1)$. Đánh dấu "+" vào hàng 2, đánh dấu "-" vào cột 1; Đánh dấu "+" vào cột 2, đánh dấu "-" vào hàng 1.

Hệ số điều chỉnh: $\lambda = \min\left\{\dfrac{\mathrm{u_i}}{\mathrm{c_{ij}v_j}} : (\mathrm{i,j}) \text{ là ô được đánh dấu } (-,+), \mathrm{c_{ij}} > 0\right\} = \dfrac{16}{15} = \dfrac{32}{16 \times \dfrac{15}{8}} = \dfrac{u_1}{c_{12}v_2}$

Ô đưa vào là ô (1,2).

S.Phẩm / X.Nghiệp	Bàn 1	Ghế(quy ước) 1	
XN I: 1	32 × $x_{11} = \frac{7}{9}$	16 × $x_{12} = \frac{2}{9}$	$u_1 = 32$
XN II: 1	40 $x_{21} = 0$	$\frac{64}{3}$ × $x_{22} = 1$	$u_2 = \frac{128}{3}$
	$v_1 = 1$	$v_2 = 2$	***(0,25 đ)***

Tính được : $z = \dfrac{32+\dfrac{128}{3}}{1+2} = \dfrac{224}{9}$, $S = \{(1,1),(1,2),(2,2)\}$

Dựa vào $\begin{cases} \left.\begin{array}{l} \sum\limits_{j=1}^{n} x_{ij} = 1,\ i = \overline{1,2} \\ \sum\limits_{i=1}^{m} c_{ij}x_{ij} = z,\ j = \overline{1,2} \end{array}\right\} \text{voi } (i,j) \in S \\ \quad x_{ij} = 0, \text{voi } (i,j) \notin S \end{cases}$, với S là tập các ô chọn "×"

tính được $x_{11} = \dfrac{7}{9} \geq 0,\ x_{12} = \dfrac{2}{9} \geq 0$, $x_{22} = 1 \geq 0$, $x_{21} = 0 \geq 0$ nên giả phương án này không là phương án tối ưu.

Thời gian trung bình để công ty sản xuất đủ số ***bàn ghế*** hoàn thành hợp đồng: $T = \dfrac{820}{\dfrac{224}{9}} = \dfrac{1845}{56} \approx 32{,}95$ ngày

b) $X_{11} = x_{11} \times T \approx 25{,}63$; $X_{12} = x_{12} \times T \approx 7{,}32$; $X_{21} = x_{21} \times T = 0$; $X_{22} = x_{22} \times T \approx 32{,}95$

S.Phẩm / X.Nghiệp	Bàn 1	Ghế 3
XN I: 1	40 $X_{11} = \dfrac{205}{8} \approx 25{,}63$	90 $X_{12} = 7{,}32$
XN II: 1	35 $X_{21} = 0$	81 $X_{22} = 32{,}95$

Phân công trình tự sản xuất bàn ghế cho các xí nghiệp như sau: Xí nghiệp I sản xuất bàn trước (khoảng 25,63 ngày-đủ 820 bàn), sau khi sản xuất bàn xong sẽ chuyển sang sản xuất ghế (khoảng 7,32 ngày); xí nghiệp II chỉ sản xuất ghế (khoảng 32,95 ngày). ***(0,5 đ)***

Hết